VICIPÆDIA

Numerus pi

Numerus π (**pi**) in mathematicae scientia est praeclarus numerus irrationalis, quem ex divisione circumferentiae magnitudinis per diametrum circuli eius emanat, vel, ut dicitur, "quantitas, in quam cum multiplicetur dyameter, proveniet circumferentia."[1] A littera Graeca *π* denotatur, ut notum est anno 1706 a Gulielmo Jones mathematico, qui primus eam scripsisset; omnes autem tantum hac notatione usi sunt post ipsius adoptionem a Leonhardo Eulero mathematico Helvetico. Omni ratione, *π* est prima verbi **περιφέρεια** littera, quae Graece 'longinquitas circuitus' vel 'mensura circum figuram' significat. Quod omnes circuli eandem rationem habent, π est numerus constans.

Numerus pi ad quinquaginta figuras decimales est praeterpropter

> *π* ≈ 3.14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 41971 69399 37510

sed ultra quam satis est tantas figuras scire in computationibus physicae, fere solum quinque aut sex primis figuris uti sufficit.

Index

Proprietates et curiositates

Numerus pi est numerus irrationalis, i.e., exprimi ut duorum naturalium numerorum fractionem nequit, quemadmodum ab Ioanne Henrico Lambert anno 1761 bene demonstratus est. Praeter irrationalem, etiam constat numerum pi esse transcendentem, ut anno 1882 a Ferdinando Lindemann

Systemata Numerica Mathematicae

Numeri Elementarii

Naturales ℕ {0,1,2,3,...} sive {1,2,3,...}

- Primi ℙ {2,3,5,7,11,...}
- Abundantes
- Amicabiles
- Compositi
- Defectivi
- Perfecti
- Sociabiles

Integri ℤ {...,-2,-1,0,+1,+2,...}

- Pares {...,-2,0,+2,...}
- Impares {...,-3,-1,+1,+3,...}

Rationales ℚ
Reales ℝ

- Irrationales

Complexi ℂ

- Algebraici
- Transcendentes
  - Numerus pi $\pi \approx 3.14159265358979\ldots$
  - Numerus Euleri $e \approx 2.718281828459045\ldots$
- Numerus imaginarius $i = \sqrt{-1}$

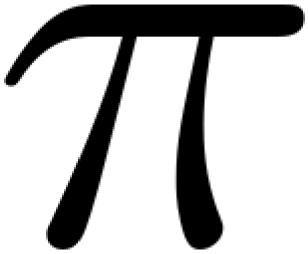
Quaterni ℍ
Octoni 𝕆
Infinitas ∞

Variae radices

- Radix binaria(2)
- Radix octalis(8)

probatum, qua de causa integris sive rationalibus coefficientibus polynomium non est talis ut numerus π sit huius polynomii radix. Quamobrem manifestum est numerum π ut numerum finitum integrorum numerorum et rationalium fractionium aut radicium eorum scribi nequire.

- Radix decimalis(10)
- Radix sedecimalis(16)



Adhibetur parva π ut constans exprimatur.

Propter numeri π transcendentiam, problema quadraturae circuli solvi non potest: Dato quodam circulo nemo est qui regula et circino tantum utendo quadratum cuius area sit accurate aequalis circuli areae describat.

Formula Euleriana numerum π cum aliis numeris maximi momenti coniungit: cum numero Euleris ab *e* littera notata, cum cifra, cum uno. Haec est formula:

$$e^{i\pi}+1=0$$

quae dicitur esse inter pulcherrimas omnis scientiae formulas.[2]

Numeri π computatio

Multi sunt modi ad numerum π computandum, pauci quorum infra monstrantur:

Explicatio oculorum propotionis pi ad diametrum circuli.

- François Viète, 1593:

$$\frac{2}{\pi}=\frac{\sqrt{2}}{2}\,\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}\,\frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2}\cdots$$

- Leibnitii formula:

$$\frac{1}{1}-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\cdots=\frac{\pi}{4}$$

qua etiam sequente modo scribi potest,

$$\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{2n+1}\right)=\frac{\pi}{4}$$

- Productus Wallianus:

$$\frac{2}{1}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{6}{5}\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{8}{7}\cdot\frac{8}{9}\cdots=\frac{\pi}{2}$$

- Formula quae integrale utitur:

$$\int_{-\infty}^{\infty}e^{-x^2}\,dx=\sqrt{\pi}$$

- *Problema Basileae*, quae ab Eulero primum soluta est:

$$\zeta(2) = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \cdots = \frac{\pi^2}{6}$$
$$\zeta(4) = \frac{1}{1^4} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{4^4} + \cdots = \frac{\pi^4}{90}$$

- *Functio gamma* puncto 1/2 computa:

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$$

- Coniectio Stirlingiana:

$$n! \sim \sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n$$

- Euleri identitas (a Ricardo Feynman vocata "mirabilissima mathematicae formula"):

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

- Area quartae partis circuli radium 1 habentis:

$$\int_0^1 \sqrt{1 - x^2}\, dx = \frac{\pi}{4}$$

- Usus residui theorematis:

$$\oint \frac{dz}{z} = 2\pi i,$$

  unde via integrationis (anglice:*path of integration*) est circulus circum originem in curso anti-horologium ambulata.

Singulorum figurarum decimalium computatio

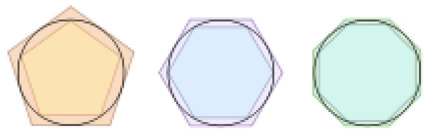
Anno 1995, David Bailey, Peter Borwein, et Simon Plouffe formulam mirabilem ad numerum pi computandum inventi sunt (vocatam BBP pro eorum nominibus), quam infra scribimus:

$$\pi = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{16^k} \left(\frac{4}{8k+1} - \frac{2}{8k+4} - \frac{1}{8k+5} - \frac{1}{8k+6} \right)$$

Enesimam (*n*) figuram binariam aut hexadecimalem hac formula BBP facile computare possumus, sine necessitudine computandi alias *enesimas minus unam* (*n*-1) figuras praecedentes, quod verum est mirabile. Hoc interretis locus (Pagina Bailey (http://www.nersc.gov/~dhbailey/)) huius formulae demonstrationem habet et ipsius usum in computatoris linguis diversis continet.

Historia numeri pi

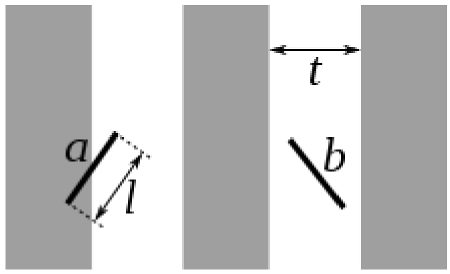
Archimedes primum demonstravit omnem circulum aream πr^2 et circumferentiam $2\pi r$ habere, ubi *r* est radius circuli. Ut quantitem π calculet, figuras polygonias et in circulo inscripsit et e circulo exscripsit. Circumferentia circuli, ut plane videtur, minor est quam polygoniae extra circulum, maior quam intra circulum. Quanta plura latera polygoniae habent, eo melior est approximatio; calculavit Archimedes π esse inter 3 + 10/71 et 3 + 1/7.[3]



Approximatio Archimedis.

Iohannes Lambert, mathematicus Helveticus, anno 1761 demonstravit numerum π irrationalem esse. Theorema eius hoc est: si *x* est numerus rationalis (praeter 0), tunc tan(x) est irrationalis. Et quia tan(π/4) = 1, π/4 non potest esse numerus rationalis; π ipse ergo numerus est irrationalis.[4]

Georgius Buffon, botanicus Francicus, secundam calculationem anno 1777 fecit, dum probabilitatem studuit; haec ratio acus Buffonius dicitur. Finge cogitatione tabulam esse in qua lineae parallelae scribantur; sit *t* spatium inter lineas. Acus cuius magnitudo est *l*, minor quam *t*, in tabula cadit. Buffon probabilitatem quaeret intersectionis inter acum et lineam. Haec probabilitas est $p = \frac{2l}{\pi t}$; π in formula intervenit quod acus potest angulum quemlibet cum lineis facere.[5]



Acus Buffonius: qui est probabilitas acum in linea incidere, ut acus *a*, aut non incidere, ut acus *b*?

Eulerus non modo formulam $\exp i\pi + 1 = 0$ invenit, sed functiones trigonometricas similiter definit:

$$\cos x = \frac{\exp ix + \exp -ix}{2}, \sin x = \frac{\exp ix - \exp -ix}{2i}$$

Re vera, possumus numerum π per has formulas definere. Sit $\cos x = \Re(\exp ix)$ et $\sin x = \Im(\exp ix)$, hoc est $\exp ix = \cos x + i \sin x$. Tunc est numerus realis *P* ut $\cos(\frac{P}{2}) = 0$ et $\cos x \neq 0$ si $0 \leq x < \frac{P}{2}$. Et hic numerus *P* est π.[6]

Numerus π non solum irrationalis sed etiam transcendens est; hoc est, non potest esse radix aequationis cuius coefficientes sunt numeri rationales. F. Lindemann, mathematicus Theodiscus, anno 1882 primus hoc demonstravit; plures aliae demonstrationes elegantissimae sunt.[7] Et quia π transcendens numerus est, non potest "circulum quadrare" compasso et regula modo utens: non potest quadratum facere cuius area eadem est areae circuli dati.

Numerus pi in memoria humana

Die 2 Iulii 2005, Akira Haraguchi Iaponicus, anno 59 aetatis suae, plures figuras decimales memoriter recitavit quam ullus antea potuit: 83 431 figuras recte recitavit.[8] Plures inter se certant ad figuras huius numeri cognoscandas et recitandas; etiam sunt qui figuras recitant dum praestigias agunt.[9]

Notae

1. Oratio Prof. Dr. Maria Specovius-Neugebauer. (http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:bvDrjRLZ8PkJ:www.mathematik.uni-kassel.de/~specovi/VORLESUNGEN/Seminar_GHR_04_05/pi-im-altertum.doc+quantitas+pi&cd=7&hl=en&ct=clnk&lr=lang_de%7Clang_en&client=firefox-a&source=www.google.com) **(Germanice)**

2. Eymard et Lafon 2004:88.
3. Eymard et Lafon 2004:1-3.
4. Eymard et Lafon 2004:142.
5. Eymard et Lafon 2004:34-36.
6. Eymard et Lafon 2004:88-89.
7. Eymard et Lafon 2004:169
8. *BBC NEWS | World | Asia-Pacific | Japanese breaks pi memory record* apud news.bbc.co.uk (http://news.bbc.co.uk/1/hi/world/asia-pacific/4644103.stm).
9. Vide situm *Pi World Ranking List.*

Bibliographia

- Berlinghoff, William P., et Fernando Q. Gouvêa. 2002. *Math Through the Ages.* Farmingtoniae: Oxton House. ISBN 1-881929-21-3.
- Eymard, Pierre, et Jean-Pierre Lafon. 2004. *The Number Pi,* versio anglica a Stephen S. Wilson scripta. Providence: AMS. ISBN 0-8218-3246-8.
- Hardy, G. H. 1952. *A Course of Pure Mathematics.* Editio 10a. Cantabrigiae: Cambridge University Press.

Nexus interni

- Dies numeri π

Nexus externi

- Pagina Bailey (http://www.nersc.gov/~dhbailey/) apud nersc.gov
- Pi-memorare (http://pidifferent.pi.funpic.de/index-en.html) apud pidifferent.pi.funpic.de
- Pi World Ranking List (http://www.pi-world-ranking-list.com), tabula nomina ostendens eorum qui multas digitas memoriter recitaverunt, apud pi-world-ranking-list.com
- Joy of Pi (http://www.joyofpi.com/), vel Laetitia Numeri Pi, apud joyofpi.com